

Spis treści

Od Autora	7
Spis najważniejszych oznaczeń	9
1. Układy równań liniowych, macierze	11
1.1. Metoda Gaussa rozwiązywania układów równań liniowych	11
1.2. Pojęcie macierzy	18
1.3. Zastosowanie macierzy do rozwiązywania układów równań liniowych	21
2. Przestrzenie wektorowe	27
2.1. Przestrzenie wektorowe – definicja i podstawowe własności	27
2.2. Podprzestrzenie przestrzeni wektorowych	30
2.3. Liniowa niezależność układu wektorów	36
2.4. Baza i wymiar przestrzeni wektorowej	42
2.5. Produkt przestrzeni wektorowych	53
2.6. Suma algebraiczna podprzestrzeni, suma prosta podprzestrzeni	54
3. Rachunek macierzowy i wyznaczniki	60
3.1. Rachunek macierzowy	60
3.2. Permutacje i znak permutacji	65
3.3. Pojęcie wyznacznika	66
3.4. Obliczanie wyznaczników	69
3.5. Ogólne twierdzenie Laplace’a	78
3.6. Macierz odwrotna	80
3.7. Odwracanie macierzy za pomocą operacji elementarnych	85
3.8. Wzory Cramera	93
3.9. Rząd macierzy	96
3.10. Twierdzenie Kroneckera–Capellego	101
4. Przekształcenia liniowe	107
4.1. Przekształcenia liniowe – definicja i podstawowe własności	107
4.2. Jądro i obraz przekształcenia liniowego	112
4.3. Przestrzeń wektorowa ilorazowa	114
4.4. Twierdzenia o izomorfizmach przestrzeni wektorowych	116
4.5. Reprezentacja macierzowa przekształcenia liniowego	118

4.6. Przestrzeń wektorowa przekształceń liniowych i algebra endomorfizmów	122
4.7. Zmiana bazy	124
4.8. Twierdzenie o macierzach przekształcenia liniowego w różnych bazach	127
4.9. Podprzestrzenie niezmiennicze	131
4.10. Wektory i wartości własne endomorfizmu, diagonalizacja	133
5. Postać kanoniczna Jordana	144
5.1. Macierze Jordana	144
5.2. Znajdowanie bazy Jordana endomorfizmu o jednej wartości własnej	146
5.3. Znajdowanie bazy Jordana endomorfizmu – przypadek ogólny	152
5.4. Pewne zastosowania postaci kanonicznej Jordana	155
5.5. Ciągi i szeregi macierzy	157
5.6. Macierze funkcyjne	161
5.7. Zastosowanie macierzy do rozwiązywania pewnych układów równań różniczkowych	162
6. Macierze wielomianowe	168
6.1. Postać diagonalna normalna λ -macierzy	168
6.2. λ -macierze odwracalne	170
6.3. Dzielenie λ -macierzy przez λ -macierz postaci $A - \lambda I$	174
6.4. Czynniki niezmiennicze λ -macierzy postaci $A - \lambda I$	179
7. Funkcjonały i ich formy	183
7.1. Funkcjonały liniowe i ich formy	183
7.2. Funkcjonały dwuliniowe i ich formy	187
7.3. Funkcjonały kwadratowe i ich formy	189
7.4. Funkcjonały kwadratowe na rzeczywistej przestrzeni wektorowej	195
8. Przestrzenie unitarne	198
8.1. Iloczyn skalarny, przestrzenie unitarne	198
8.2. Dopełnienie ortogonalne podprzestrzeni	202
8.3. Bazy ortogonalne, ortogonalizacja	203
8.4. Przekształcenia i macierze unitarne	206
9. Geometria afiniczna	209
9.1. Przestrzenie afiniczne	209
9.2. Podprzestrzenie afiniczne	212
9.3. Przekształcenia afiniczne	220
9.4. Przestrzenie euklidesowe	225
10. Rozwiązania i odpowiedzi	230
Spis literatury	312
Skorowidz	313