

Przedmowa

Wielkie odkrycie rozwiązuje zawsze jakiś wielki problem. Ale rozwiązanie każdego problemu ma pewne cechy odkrycia. Wasz problem może być skromny; jeśli jednak zacieka was i pobudzi do czynu wasze zdolności twórcze i jeśli rozwiążecie go własnymi siłami, możecie doznać emocji towarzyszącej napięciu umysłu i triumfowi dokonanego odkrycia. Takie emocje przeżyte w odpowiednim wieku mogą zrodzić zamiłowanie do twórczej pracy umysłowej i wyrzeć piętno na umyśle i charakterze na całe życie.

Tak więc nauczyciel matematyki ma wielką szansę. Jeśli poświęci swój czas na ćwiczenie swoich uczniów w szablonowych działaniach, wówczas zabije ich zainteresowanie, zahamuje ich intelektualny rozwój i nie wykorzysta swojej szansy. Jeśli jednak rozbudzi ich zainteresowanie, dając im do rozwiązania zadania odpowiednie do posiadanego przez nich zasobu wiedzy, i pomoże im przy rozwiązywaniu, zadając pytania naprowadzające na właściwą drogę, może wpoić w nich zamiłowanie do samodzielnego myślenia.

Podobnie uczeń szkoły, której program zawiera choć trochę matematyki, ma niezwykłą szansę. Szansę tę oczywiście zaprzepaści, jeśli traktuje matematykę jako przedmiot, który musi sobie tylko zaliczyć i który powinien po ostatnim egzaminie zapomnieć jak najszybciej. Szansę tę może zaprzepaścić nawet uczeń mający nieco wrodzonych zdolności do matematyki. Musi on bowiem, tak jak każdy, odkryć swoje zdolności i zamiłowania. Nie może wiedzieć, że lubi ciastko z malinami, jeśli nigdy takiego ciastka nie próbował.

Może jednakże przekonać się, że zadanie matematyczne może być taką rozrywką jak krzyżówka i że wyteżona praca może być tak upragnionym ćwiczeniem jak szybki gem tenisa. Znalazłszy przyjemność w matematyce nie zapomni jej szybko i jest duża szansa, że matematyka stanie się dla niego czymś istotnym: ulubioną rozrywką, narzędziem w jego pracy zawodowej, zawodem lub wielką ambicją.

Autor przypomina sobie czasy, gdy sam był studentem, ambitnym i żądnym zrozumienia nieco matematyki i fizyki. Słuchał wykładów, czytał książki, starał się zrozumieć istotę rozwiązań i przytaczanych faktów, lecz jedno pytanie wciąż go niepokoiło: „No tak, rozwiązanie spełnia swoje zadanie, jest to właściwe rozwiązanie; ale jak można wymyślić takie rozwiązanie? No tak, to doświadczenie przebiega jak należy, zaobserwowane zjawisko jest niezaprzeczalnym faktem; lecz jak można odkryć takie fakty? Jak ja sam mógłbym wymyślić takie rozwiązania lub odkryć takie fakty?” Dzisiaj autor naucza matematyki na uniwersytecie; przypuszcza, że niektórzy z jego najzdolniejszych studentów zadają sobie podobne pytania, i stara się zaspokoić ich ciekawość. Starając się zrozumieć nie tylko rozwiązanie tego czy innego problemu, lecz także sposób, w jaki zostało ono znalezione, i starając się wyjaśnić innym sam proces znajdowania rozwiązania, autor postanowił w końcu napisać niniejszą książkę. Autor ma nadzieję, że będzie ona użyteczna dla nauczycieli, którzy chcą rozwijać zdolności swoich uczniów do rozwiązywania problemów, i dla uczniów, którzy pragną rozwijać swoje własne zdolności.

Chociaż książka ta zwraca szczególną uwagę na potrzeby studentów i nauczycieli matematyki, to jednak powinna ona zaciekać każdego, kto interesuje się metodami prowadzącymi do nowych odkryć i wynalazków. Zainteresowanie tymi metodami jest, być może, większe niż można by na pierwszy rzut oka przypuszczać. Ilość miejsca poświęconego w popularnych dziennikach i tygodnikach na krzyżówki i innego rodzaju zagadki wydaje się wskazywać na to, że ludzie tracą trochę czasu na rozwiązywanie zagadnień niemających żadnego praktycznego znaczenia. Za chęcią rozwiązania tego czy innego problemu, niedającego żadnych istotnych korzyści, może jednak kryć się głębsze zaciekawienie: chęć poznania metod znajdowania rozwiązań.

Niniejsza książka napisana jest nieco zwięźle, lecz w sposób możliwie prosty, i oparta jest na długich i poważnych badaniach metod rozwiązywania zadań. Ten rodzaj badań, zwany przez niektórych *heurystyką*, nie jest obecnie modny, lecz ma za sobą bogatą przeszłość, a także pewną przyszłość.

Badając metody rozwiązywania zadań zauważamy inne oblicze matematyki. Tak, matematyka ma dwa oblicza: jest ona rygorystyczną nauką Euklidesa, lecz jest także czymś innym. Matematyka przedstawiona tak, jak to zrobił Euklides, jest systematyczną nauką dedukcyjną; lecz matematyka w procesie tworzenia staje się nauką eksperymentalną, indukcyjną. Oba aspekty matematyki są tak stare, jak sama matematyka. Jednak drugi aspekt jest pod jednym względem nowy: matematyki *in statu nascendi*, w procesie tworzenia, nigdy przedtem nie przedstawiono w taki właśnie sposób ani uczniowi, ani samemu nauczycielowi, ani szerokiemu ogółowi.

Heurystyka wiąże się z wieloma naukami; poszczególne jej części można uznać za wchodzące w skład matematyki, logiki, psychologii, pedagogiki, a nawet filozofii. Autor, dobrze zdając sobie sprawę z możliwości krytykowania go przez innych i świadom ograniczonych ram swojej wiedzy, chciałby na jedno zwrócić uwagę: ma on pewne doświadczenie w rozwiązywaniu problemów oraz w nauczaniu matematyki na różnych poziomach.

Przedmiot tej książki będzie potraktowany szerzej w obszerniejszej książce autora, będącej na ukończeniu.

G. POLYA